

II. kolo kategorie Z5

Z5–II–1

Na táboře se skauti vážili na starodávné váze. Vedoucí je upozornil, že váha sice neváží správně, ale rozdíl mezi skutečnou a naměřenou hmotností je vždy stejný. Míšovi váha ukázala 30 kg, Emilovi 28 kg, ale když si stoupli na váhu oba, ukázala 56 kg. Jaká byla skutečná hmotnost Míši a Emila? *(M. Volfová)*

Možné řešení. Na Míšově výsledku 30 kg se podílela jedna chyba váhy, stejně tak v Emilově výsledku 28 kg byla zahrnuta tatáž chyba váhy.

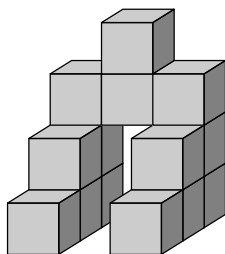
V součtu $30 + 28 = 58$ (kg) tedy jsou zahrnuty dvě chyby váhy. Když se však vážili Míša s Emilem dohromady, ve výsledku 56 kg byla zahrnuta jen jedna chyba váhy. Rozdíl $58 - 56 = 2$ (kg) tedy představuje právě jednu chybu váhy.

Skutečná hmotnost Míši byla $30 - 2 = 28$ (kg), Emil vážil $28 - 2 = 26$ (kg).

Hodnocení. 4 body za odvození chyby váhy; po 1 bodu za hmotnosti Míši a Emila.

Z5–II–2

Na obrázku je stavba spleaná ze 14 stejných krychliček. Stavbu chceme ze všech stran obarvit, tedy i zespodu. Jaká bude spotřeba barvy, když 10 ml barvy stačí na natření jedné celé krychličky? *(M. Mach)*



Možné řešení. Je šest různých směrů, jak se na stavbu, respektive na jednotlivé krychličky stavby, dívat. Pro každý směr spočítáme, kolik stěn krychliček bude potřeba natřít:

- Když se na obrázek podíváme shora, vidíme právě 7 stěn, které bude třeba natřít. Stejný počet napočítáme při pohledu zdola.
- Při pohledu zepředu vidíme celkem 8 stěn. Stejný počet napočítáme při pohledu zezadu.
- Při pohledu zleva vidíme 7 stěn, ale bude potřeba obarvit ještě dalších 5 stěn, které jsou zakryté — jedná se o krychličky v pravém pilíři stavby. Celkem jsme napočítali 12 stěn. Při pohledu zprava je situace stejná.

Celkem tedy potřebujeme natřít $2 \cdot (7 + 8 + 12) = 2 \cdot 27 = 54$ stěn, což je stejné jako natřít 9 celých krychliček ($9 \cdot 6 = 54$). K natření jedné celé krychličky je potřeba 10 ml barvy, tudíž celkem potřebujeme $9 \cdot 10 = 90$ (ml) barvy.

Jiné řešení. Můžeme postupně probrat všechny krychličky ve stavbě a určit, kolik jejich stěn budeme natírat. Postupujeme po vrstvách shora dolů, v každé vrstvě po řadách zepředu dozadu, v každé řadě zleva doprava:

- V 1. vrstvě je jediná krychlička, u níž budeme natírat 5 stěn.
- Ve 2. vrstvě jsou tři krychličky — počítáme postupně $4 + 3 + 4 = 11$ stěn.
- Ve 3. vrstvě jsou čtyři krychličky — počítáme postupně $4 + 4 + 3 + 3 = 14$ stěn.
- Ve 4. vrstvě je šest krychliček — počítáme postupně $5 + 5 + 3 + 3 + 4 + 4 = 24$ stěn.

Celkem tedy potřebujeme natřít $5 + 11 + 14 + 24 = 54$ stěn. Další postup může být stejný jako v předchozím řešení.

Hodnocení. 4 body za počet stěn, které je třeba obarvit; 2 body za určení potřebného množství barvy.

Z5–II–3

Radka dostala ráno v den svých narozenin velké balení lentilek. Každý den po obědě lentilky mlsala, a to tak, že ve všední den si vzala vždy 3 lentilky a každou sobotu i neděli si jich vzala 5. Jistý den večer zjistila, že snědla právě 111 lentilek. Který den v týdnu mohla mít Radka narozeniny? Najděte obě možnosti. *(E. Patáková)*

Možné řešení. Za týden Radka snědla $5 \cdot 3 + 2 \cdot 5 = 25$ lentilek. Za čtyři týdny jich snědla 100 a zbývalo 11 lentilek. Tento počet potřebujeme podle podmínek v zadání úlohy vyjádřit jako součet několika trojek a pětetek, a to lze jediným způsobem: $11 = 2 \cdot 3 + 5$.

Radka tedy jedla lentilky čtyři celé týdny, dva všední dny a jeden víkendový den. To znamená, že Radčino mlsání končilo buď trojicí dnů čtvrtek–pátek–sobota, nebo neděle–pondělí–úterý. V prvním případě vychází Radčiny narozeniny na čtvrtek, ve druhém případě na neděli.

Jiné řešení. Stejně jako výše zjistíme, že za čtyři týdny Radka snědla 100 lentilek. Postupně prozkoušíme všechny možnosti, kdy mohla mít Radka narozeniny:

narozeniny	množství snědených lentilek	závěr
pondělí	..., 100 (ne), 103 (po), 106 (út), 109 (st), 112 (čt)	nevychází
úterý	..., 100 (po), 103 (út), 106 (st), 109 (čt), 112 (pá)	nevychází
středa	..., 100 (út), 103 (st), 106 (čt), 109 (pá), 114 (so)	nevychází
čtvrtek	..., 100 (st), 103 (čt), 106 (pá), 111 (so)	vychází
pátek	..., 100 (čt), 103 (pá), 108 (so), 113 (ne)	nevychází
sobota	..., 100 (pá), 105 (so), 110 (ne), 113 (po)	nevychází
neděle	..., 100 (so), 105 (ne), 108 (po), 111 (út)	vychází

Radka mohla mít narozeniny buď ve čtvrtek, nebo v neděli.

Hodnocení. 1 bod za určení, že za týden Radka snědla 25 lentilek; 1 bod za určení, že takto můžeme odpočítat 100 lentilek; 2 body za klíčovou myšlenku řešení (rozdělení $3+3+5$, navržení tabulky apod.); po 1 bodu za každé správné řešení.

Za nalezení a zdůvodnění jednoho správného řešení udělte nejvýše 5 bodů. Pokud řešitel jedno z řešení uhodne, udělte 1 bod.