60. ROČNÍK MATEMATICKÉ OLYMPIÁDY

II. kolo kategorie Z9

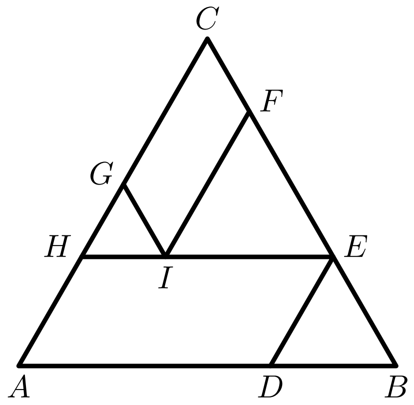
Z9–II–1

Čtyřmístným palindromem nazveme každé čtyřmístné přirozené číslo, které má na místě jednotek stejnou číslici jako na místě tisíců a které zároveň má na místě desítek stejnou číslici jako na místě stovek. Kolik existuje dvojic čtyřmístných palindromů, jejichž rozdíl je 3 674? (*L. Šimůnek*)

Z9–II–2

Na následujícím obrázku jsou rovnostranné trojúhelníky ABC, DBE, IEF a HIG. Obsahy trojúhelníků DBE, IEF a HIG jsou v poměru $9 : 16 : 4$. V jakém poměru jsou

1. délky úseček HI a IE,
2. obsahy trojúhelníků ABC a HEC? (*K. Pazourek*)



Z9–II–3

Máme čtverce $ABCD$ a $KLMN$. Délky stran obou čtverců jsou v centimetrech vyjádřeny celým číslem. Bod K je vnitřním bodem úsečky AB, bod L leží v bodě B a bod M je vnitřním bodem úsečky BC. Obsah šestiúhelníku $AKNMCD$ je $225\,\mathrm{cm}^2$. Jaký může být obvod tohoto šestiúhelníku? Najděte všechny možnosti. (*L. Šimůnek*)

Z9–II–4

Martina si vymyslela postup na výrobu číselné posloupnosti. Začala číslem 128. Z něj odvodila další člen posloupnosti takto: $8^2 + 5 = 64 + 5 = 69$. Potom pokračovala stejným způsobem dále a z čísla 69 dostala $9^2 + 5 = 81 + 5 = 86$. Vždy tedy z předchozího členu posloupnosti vezme číslici na místě jednotek, umocní ji na druhou a k této mocnině přičte konstantu 5.

1. Jaké je 2011. číslo takto vzniklé posloupnosti?
2. Martina opět začala číslem 128, ale místo čísla 5 zvolila jako konstantu jiné přirozené číslo. Tentokrát jí na 2011. místě vyšlo číslo 16. Jakou konstantu zvolila v tomto případě? (*M. Dillingerová*)

Okresní kolo kategorie Z9 se koná **26. ledna 2011** tak, aby začalo dopoledne a aby soutěžící měli na řešení úloh 4 hodiny čistého času. Za každou úlohu může soutěžící získat 6 bodů, úspěšným řešitelem je ten žák, který získá 12 a více bodů. Povolené pomůcky jsou psací a rýsovací potřeby, školní matematické tabulky pro ZŠ nebo SŠ. Kalkulátory povoleny nejsou. Mobilní telefony musí být vypnuty.