

III. kolo kategorie Z9

Z9–III–1

Ve Lhotě volili starostu. Kandidovali dva občané: Ing. Schopný a jeho manželka Dr. Schopná. V obci byly tři volební místnosti. V první i druhé místnosti dostala více hlasů Dr. Schopná. V první byl poměr hlasů 7 : 5, ve druhé 5 : 3. Ve třetí volební místnosti byl poměr hlasů 3 : 7 ve prospěch Ing. Schopného. Volby nakonec skončily nerozhodně, oba kandidáti totiž získali stejný počet hlasů. V jakém poměru byly počty odevzdaných platných hlasovacích lístků v jednotlivých volebních místnostech, víme-li, že v první a druhé místnosti odevzdal platný hlas stejný počet lidí?

Z9–III–2

Je dán rovnoramenný lichoběžník $ABCD$ ($AB \parallel CD$), kde $|AB| > |CD|$. Bodem A se dají vést dvě přímky tak, aby rozdělily lichoběžník na tři rovnoramenné trojúhelníky. Určete velikosti úhlů lichoběžníku $ABCD$.

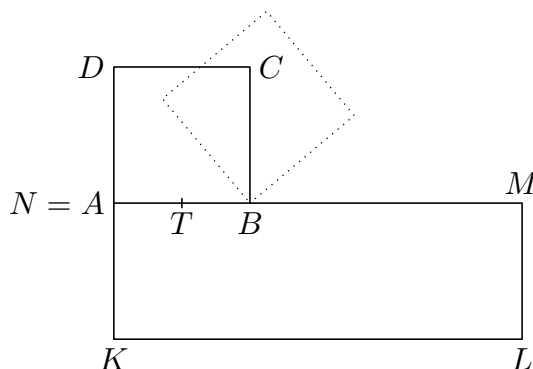
Z9–III–3

Najděte všechna kladná celá čísla x, y , pro která platí:

$$1 + x + y + xy = 2008.$$

Z9–III–4

Je dán čtverec $ABCD$ o straně délky a a obdélník $KLMN$ o stranách délek $|KL| = 3a$ a $|LM| = a$. Na počátku je čtverec $ABCD$ umístěn tak, že $A = N$ a strana AB leží na straně NM . Čtverec $ABCD$ se otáčením kolem svých vrcholů pohybuje jedním směrem po obvodu obdélníku $KLMN$ (obr. 1) tak dlouho, než se opět dostane do původní polohy.



Obr. 1

- Narýsujte dráhu, po níž se bude pohybovat bod T , který je středem strany AB .
- Určete obsah plochy ohraničené křivkou, kterou opisuje bod T .