

II. kolo kategorie Z8

Z8–II–1

Myslím si zlomek. Jeho číselník je o 35 menší než jmenovatel. Součet myšleného zlomku a téhož zlomku v základním tvaru je $\frac{16}{13}$. Který zlomek si myslím?

ŘEŠENÍ. Ze zadání vyplývá, že druhý sčítaný zlomek jsme získali zkrácením prvního. A protože zkrácením zlomku se jeho hodnota nemění, sečetli jsme dvě čísla se stejnou hodnotou. Odtud vypočítáme druhé číslo (zlomek v základním tvaru):

$$\frac{16}{13} : 2 = \frac{8}{13}.$$

Rozdíl jmenovatele a číselníku tohoto zlomku je $13 - 8 = 5$. U myšleného čísla je tento rozdíl 7krát větší ($35 : 5 = 7$), což znamená, že musíme získaný zlomek rozšířit sedmi. Myšlený zlomek je $\frac{56}{91}$.

zjištění, že oba zlomky mají stejnou hodnotu – 2 b

výpočet druhého zlomku – 1 b

výpočet myšleného zlomku – 3 b

Z8–II–2

V pohádkovém údolí žili trojhlaví a šestihlaví draci. Dohromady měli 117 hlav a 108 nohou. Každý drak má 4 nohy. Zjistěte, kolik tam žilo trojhlavých a kolik šestihlavých draků.

ŘEŠENÍ. Protože každý drak (trojhlavý i šestihlavý) má 4 nohy, můžeme zjistit celkový počet draků v pohádkovém údolí: $108 : 4 = 27$ draků. Kdyby měl každý drak v údolí tři hlavy, dohromady by měli $3 \cdot 27 = 81$ hlav. To znamená, že zbývajících $117 - 81 = 36$ hlav jsou hlavy, které mají šestihlaví draci „navíc“ oproti drakům trojhlavým. Protože šestihlavý drak má o tři hlavy víc než drak trojhlavý, žije v tomto údolí $36 : 3 = 12$ šestihlavých draků. Trojhlavých draků je $27 - 12 = 15$.

počet všech draků – 2 b

počet tříhlavých draků – 3 b

počet šestihlavých draků – 1 b

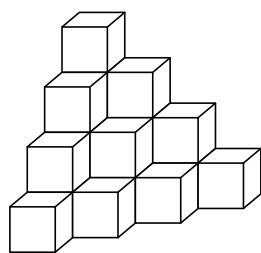
Z8–II–3

Z krychlí jsme postavili stavbu podobnou té na obrázku, avšak místo čtyř pater jich měla dvacet pět. Pak jsme všechny vnější stěny stavby natřeli barvou. Svislé stěny byly červené a vodorovné stěny byly modré. (Stavba stojí na zemi, podstavu jsme tedy nenatřeli.)

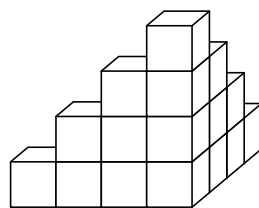
a) Kolikrát více jsme spotřebovali červené barvy než modré?

b) Kolik stěn krychliček jsme dohromady obarvili?

ŘEŠENÍ. Je důležité si uvědomit, že každou obarvenou stěnu této stavby je možné vidět v některém z následujících pohledů: zepředu, zprava, zezadu, zleva, shora (orientace podle



pohled zepředu



pohled zezadu

stěn krychle na vrcholu stavby). Při každém z těchto pohledů navíc vidíme stejný útvar (až na orientaci), ve kterém jsou všechny čtverce (stěny) obarvené stejnou barvou: v případě uvedených prvních čtyř pohledů červeně, v posledním případě modře. Máme tedy odpověď na první otázku: Protože je počet červeně obarvených stěn čtyřnásobný ve srovnání s počtem modrých stěn, je spotřeba červené barvy čtyřnásobná vzhledem k modré. Při každém z pěti pohledů vidíme $1 + 2 + 3 + \dots + 25 = 325$ stěn, takže dohromady jsme obarvili $5 \cdot 325 = 1\,625$ stěn krychliček.

zjištění, že v uvedených pohledech vidíme stejný tvar – 2b

zdůvodnění čtyřnásobné spotřeby červené barvy – 1b

výpočet počtu obarvených stěn krychliček – 3b