

II. kolo kategorie Z5

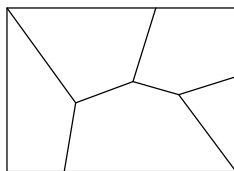
Z5–II–1

Na obrázku je znázorněno pět výběhů části zoo. Každý výběh obývá jeden z pěti druhů zvířat. Přitom víme, že

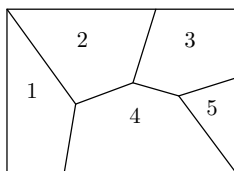
- výběh žiraf má pět stran,
- výběh opic nesousedí ani s výběhem nosorožců, ani s výběhem žiraf,
- výběh lvů má stejný počet stran jako výběh opic,
- ve výběhu tuleňů je bazén.

Určete, která zvířata jsou ve kterém výběhu.

(E. Novotná)



Možné řešení. Označme jednotlivé výběhy číslicemi jako na obrázku:



Podle první informace jsou žirafy buď ve výběhu 3, nebo 4. Podle druhé informace víme, že výběh žiraf nemá sousedit s výběhem opic. Výběh 4 však sousedí se všemi ostatními výběhy, proto musí být žirafy ve výběhu 3.

Jediný výběh, který s výběhem žiraf nesousedí, je výběh 1. Podle druhé informace musí být ve výběhu 1 opice.

Kromě výběhu žiraf nesousedí s výběhem opic už jenom výběh 5. Podle druhé informace musí být ve výběhu 5 nosorožci.

Jediný výběh, který má stejný počet stran jako výběh opic, je výběh 2. Podle třetí informace musí být ve výběhu 2 lvi.

Zbývá jediný neobsazený výběh, a to výběh 4. Tuleňi jsou tedy ve výběhu 4.

Hodnocení. Po 1 bodu za umístění zvířat do výběhů, 1 bod za kvalitu komentáře. Částečné odpovědi typu „žirafy jsou ve výběhu 3 nebo 4“ hodnoťte po 1 bodu. Za řešení bez zdůvodnění udělte nejvýše 2 body.

Z5–II–2

Na stole leželo pět kartiček s navzájem různými kladnými celými čísly. Marek spočítal, že největší z čísel na kartičkách je o 8 větší než nejmenší číslo. Adam vzal se stolu kartičky s nejmenšími dvěma čísly a spočítal, že součin těchto dvou čísel je roven 12. Dominik pak spočítal, že součet čísel na zbylých třech kartičkách je roven 25.

Která čísla mohla být napsána na kartičkách? Najděte tři řešení. (L. Růžičková)

Možné řešení. Číslo 12 lze jako součin dvou kladných celých čísel, z nichž první je menší než druhé, získat třemi způsoby:

$$1 \cdot 12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4.$$

Pokud by nejmenší dvě čísla byla 1 a 12, největší z čísel by mělo být $1 + 8 = 9$. To však není možné, protože 12 není menší než 9.

Pokud by nejmenší dvě čísla byla 2 a 6, největší číslo by bylo $2 + 8 = 10$. Zbylá dvě čísla pak mají být různá čísla větší než 6 a menší než 10, která spolu s číslem 10 dávají součet 25. To splňují pouze čísla 7 a 8.

Pokud by nejmenší dvě čísla byla 3 a 4, největší číslo by bylo $3 + 8 = 11$. Zbylá dvě čísla pak mají být různá čísla větší než 4 a menší než 11, která spolu s číslem 11 dávají součet 25. To splňují dvojice čísel 5 a 9 a také 6 a 8.

Tři vyhovující pětice čísel tedy jsou

$$(2, 6, 7, 8, 10), \quad (3, 4, 5, 9, 11), \quad (3, 4, 6, 8, 11).$$

Hodnocení. 2 body za každou pětici čísel: vždy 1 bod za nalezení dané pětice a 1 bod za odvození nebo ověření, že vyhovuje zadání.

Z5–II–3

Sestrojte čtverec $ABCD$ se stranou délky 6 cm a průsečík jeho úhlopříček označte S . Sestrojte bod K tak, aby spolu s body S, B, C tvořil čtverec $BKCS$. Sestrojte bod L tak, aby spolu s body S, A, D tvořil čtverec $ASDL$. Sestrojte úsečku KL , průsečík úseček KL a AD označte X , průsečík úseček KL a BC označte Y .

Ze zadaných údajů vypočítejte délku lomené čáry $KYBAXL$. (L. Růžičková)

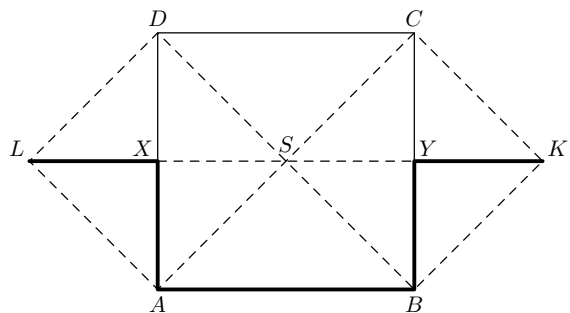
Možné řešení. Konstrukce:

- Čtverec $ABCD$ se stranou délky 6 cm,
- bod S jako průsečík úseček AC a BD ,
- bod K jako průsečík kolmice k SB v bodě B a kolmice k SC v bodě C ,
- bod L jako průsečík kolmice k SA v bodě A a kolmice k SD v bodě D ,
- body X a Y jako průsečíky úsečky KL se stranami AD a BC .

Výpočet: Délka lomené čáry $KYBAXL$ je součtem délek úseček KY, YB, BA, AX a XL . Přitom délka úsečky AB je 6 cm.

Bod Y je průsečíkem úhlopříček čtverce $BKCS$, proto je středem každé z těchto úseček. Úsečka BC je stranou zadaného čtverce, a ta měří 6 cm. Každá z úseček KY a YB tedy měří 3 cm.

Z obdobného důvodu také každá z úseček AX a XL měří 3 cm.
Délka lomené čáry $KYBAXL$ je $3 + 3 + 6 + 3 + 3 = 18$ (cm).



Hodnocení. 2 body za provedení konstrukce. 4 body za výpočet, z toho 2 body za určení a zdůvodnění, že body X a Y jsou středy příslušných čtverců a 2 body za dořešení a výsledek. Za pouhé sečtení délek úseček bez zdůvodnění (nebo s odkazem na měření sestrojených délek v obrázku) udělte nejvýše 1 bod.