

II. kolo kategorie Z5

Z5-II-1

V kouzelnickém bazaru si kouzelníci mezi sebou měnili kouzelnické klobouky, hůlky a pláště. Za 4 hůlky je 6 plášťů a za 5 hůlek je 5 klobouků. Kolik plášťů je za 5 hůlek a 1 klobouk? *(V. Hucíková)*

Možné řešení. Za 5 hůlek je 5 klobouků. Za 1 hůlku je tedy 1 klobouk, a proto 5 hůlek a 1 klobouk má stejnou hodnotu jako 6 hůlek.

Dále víme, že za 4 hůlky je 6 plášťů. Za 2 hůlky jsou tedy 3 pláště, a proto 6 hůlek má stejnou hodnotu jako 9 plášťů.

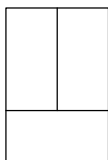
Celkem tedy vidíme, že 5 hůlek a 1 klobouk má stejnou hodnotu jako 9 plášťů.

Návrh hodnocení. 2 body za odvození vztahu 5 hůlek + 1 klobouk = 6 hůlek; 3 body za odvození vztahu 6 hůlek = 9 plášťů; 1 bod za odpověď.

Z5-II-2

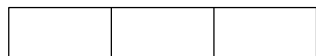
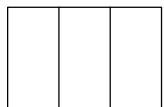
Jirka měl tři shodné obdélníky. Nejdřív je k sobě přiložil tak jako na obrázku a dostal obdélník, který měl obvod 20 cm. Poté je k sobě přiložil jinak a dostal obdélník s jiným obvodem. Jaký obvod měl tento obdélník?

(Při každém přiložení se žádné dva obdélníky nepřekrývají ani mezi nimi není mezera.)
(E. Novotná)



Možné řešení. Z poskládaného útvaru vidíme, že delší strana každého ze tří Jirkových obdélníků je stejně dlouhá jako dvě strany kratší. Velký obdélník na obrázku má obvod složený ze tří delších a čtyř kratších stran malých obdélníků. Protože součet tří delších stran je stejně velký jako součet šesti kratších, je obvod velkého obdélníku roven $6 + 4 = 10$ kratším stranám malého obdélníku. Protože velký obdélník má obvod 20 cm, je kratší strana malého obdélníku rovna $20 : 10 = 2$ (cm). Malé obdélníky tedy mají rozměry 2 cm \times 4 cm.

Dané tři obdélníky lze k sobě podle uvedených pravidel přikládat ještě následujícími způsoby:



1

2

- a) V prvním případě je obvod velkého obdélníku roven součtu 6 kratších a 2 delších stran malého obdélníku, tj. $6 \cdot 2 + 2 \cdot 4 = 20$ (cm).
b) Ve druhém případě je obvod velkého obdélníku roven součtu 6 delších a 2 kratších stran malého obdélníku, tj. $6 \cdot 4 + 2 \cdot 2 = 28$ (cm).

V prvním případě je obvod stejný jako obvod obdélníku ze zadání, ve druhém případě je jiný. Nově vzniklý Jirkův obdélník měl obvod 28 cm.

Návrh hodnocení. 2 body za objev, že malý obdélník má jeden rozměr dvakrát větší než druhý; 2 body za vyčíslení rozměrů malého obdélníku; 1 bod za obdélník s jiným obvodem; 1 bod za jeho obvod.

Diskuse možnosti a) není povinnou součástí řešení.

Z5-II-3

Z čísla 215 můžeme vytvořit čtyřmístné číslo tím, že mezi jeho číslice vepíšeme jakoukoli další číslici. Takto jsme vytvořili dvě čtyřmístná čísla, jejichž součet byl 4360. Jaká dvě čtyřmístná čísla to mohla být? Určete všechny možnosti. *(L. Šimůnek)*

Možné řešení. Nově vytvořené čtyřmístné číslo je buď typu $2*15$, nebo typu $21*5$. V úloze vytvořená čísla mohla být buď a) obě prvního typu, nebo b) obě druhého typu, nebo c) každé jiného typu.

a) V tomto případě končí součet $2*15 + 2*15$ číslem 30, což je v rozporu se zadaným součtem 4360. V úloze vytvořená čísla proto nemohla být obě typu $2*15$.

b) Tento případ řešíme jako algebrogram:

$$\begin{array}{r} 21 * 5 \\ 21 * 5 \\ \hline 4360 \end{array}$$

Ve sloupci stovek si všimneme, že po sečtení $1+1$ je ve výsledku zapsána číslice 3, ve sloupci desítek proto jistě došlo k přechodu přes desítku. Ve sloupci jednotek sčítáme $5 + 5 = 10$ a ve výsledku je na místě desítek zapsána číslice 6. Proto místa označená hvězdičkami skrývají číslice se součtem 15. Může jít buď o součet $9 + 6$, nebo $8 + 7$. Tento algebrogram má tak dvě řešení.

c) Tento případ řešíme jako algebrogram:

$$\begin{array}{r} 2 * 15 \\ 21 * 5 \\ \hline 4360 \end{array}$$

Podobnými úvahami jako výše zjišťujeme, že tento algebrogram má jediné řešení: na místo desítek patří číslice 4, na místo stovek 2.

Úloha má celkem tři řešení: hledanou dvojici čísel jsou buď čísla 2195 a 2165, nebo čísla 2185 a 2175, nebo čísla 2215 a 2145.

Návrh hodnocení. 3 body za řešení $2195 + 2165$ a $2185 + 2175$ (z toho po 1 bodu za každé řešení a 1 bod za komentář); 2 body za řešení $2215 + 2145$; 1 bod za vyloučení možnosti $2*15 + 2*15$.